



UNICAMP

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

R. A. Batista, E. Kemp, R. M. de Almeida

Instituto de Física Gleb Wataghin

Outubro de 2010.

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

- ▶ funções matemáticas ∈ L²;
- dividem sinais contínuos em diferentes componentes de escala;
- permitem estudar cada componente de escala com uma resolução adequada;
- têm tamanho variável e varrem o sinal em intervalos arbitrários, permitindo obter o espectro;
- permitem obter uma coleção de representações tempofrequência, com diferentes resoluções.

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets

Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Wavelets em 1 Dimensão



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D Filtragem de Mapas Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações O Observatório Pierre Auger Resultados Simulações Aplicaçõe a Dados Conclusões Perspectivas

Wavelets na esfera

Algumas Wavelets



Wavelet de Morlet (à esquerda) e wavelet de Meyer (à direita).

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D Filtragem de Mapas Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações Auger Resultados Simulações Aplicações Aplicação a Dados Conclusões

A Transformada Contínua de Wavelets (CWT)

A CWT pode ser escrita como:

$$\Phi(s,\tau) = \int f(t) \Psi^*_{s,\tau}(t) dt, \qquad (1)$$

onde s (s > 0, $s \in \mathbb{R}$) e τ ($\tau \in \mathbb{R}$) são, respectivamente, os parâmetros de escala (dilatação) e translação.

• A transformada inversa é dada por:

$$f(t) = \int \int \Phi(s,\tau) \Psi_{s,\tau}(t) d\tau ds.$$
 (2)

A wavelets Ψ_{s,τ} são geradas a partir de uma waveletmãe (Ψ(t)) através de dilatações e translações.

$$\Psi_{s,\tau} = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \tag{3}$$

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D Filtragem de Mapas Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações O Observatório Pierre Auger Resultados Simulações Apolicações o Dados

Conclusões

- Pode ser definida em diferentes métricas.
- ► Wavelets no plano: útil no tratamento de imagens.
- Wavelets na esfera: problemas esfericamente simétricos (CMB, raios cósmicos).

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Filtragem de Mapas

- ▶ Resolução angular do detector → PSF (*Point Sprea*ding Function).
- A amplificação(λ) da razão sinal-ruído é:

$$\lambda = \frac{w/\sigma_w}{w_0/\sigma_0} \tag{4}$$

onde $w \in w_0$ são, respectivamente, o valor dos pixels correspondentes no mapa filtrado e no mapa nãofiltrado, e $\sigma \in \sigma_0$ os desvios quadráticos médios associados.

 A convolução de um mapa com um filtro é matematicamente descrita por:

$$M_f(k) = \frac{\sum_j M(j)\Phi(\vec{r_k}, \vec{r_j})}{\sum_j \Phi(\vec{r_k}), \vec{r_j}}$$
(5)

onde M(j) é o número de raios cósmicos associada ao pixel de índice *j* que está na direção $\vec{r_j} \in \Phi$ é o filtro utilizado.

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Aplicações em Estudos de CMB - A Família de Wavelets de Chapéu Mexicano (MHWF)

- Em paper de 2006, González-Nuevo et al propõem o uso de wavelets da família de wavelets de chapéu mexicano (MHWF).
- A MHWF é obtida pelo laplaciano da gaussiana bidimensional:

$$\Psi_n(\vec{x}) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \nabla^{2n} \phi(\vec{x}), \tag{6}$$

onde n é a ordem da wavelet, $\phi(\vec{x})$ é a gaussiana bidimensional, i. e,

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} exp\left(-\frac{\vec{x}.\vec{x}}{2\sigma}\right).$$
(7)

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D Filtragem de Mapas Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações O Observatório Pierre Auger Resultados Simulações Aplicações a Dados

Conclusões

Aplicações em Estudos de CMB - A Família de Wavelets de Chapéu Mexicano (MHWF)



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Aplicações em Estudos de CMB - Cálculo da Amplificação



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

O Observatório Pierre Auger



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

O Observatório Pierre Auger - Detecção Híbrida



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

O Observatório Pierre Auger - Detectores de Superfície



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

O Observatório Pierre Auger - Detectores de Fluorescência



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets

Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões



Amplificação da razão sinal-ruído em função da escala angular. Fonte gaussiana com $\sigma = 0.5^{\circ}$ (à esquerda) e $\sigma = 0.8^{\circ}$ (à direita).

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 0.1^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 0.3^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Aplicação a Dado

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=0.5^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Aplicação a Dado

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 0.6^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 0.7^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

. . .

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 0.8^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

riplicação a Dad

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.9^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=0.9^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

.....

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.0^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Aplicação a Dado

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.1^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.2^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações Aplicação a Dados

Aplicação a Dado

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.3^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.5^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.7^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=1.9^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma=0.8^o$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma=2.1^o.$



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 2.5^{o}$.



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Fonte gaussiana $\sigma = 0.8^{o}$ convoluída com filtro gaussiano $\sigma = 2.8^{o}$.



Amplificação da razão sinal-ruído em função da escala angular. Fonte gaussiana com $\sigma = 1.0^{\circ}$ (à esquerda) e $\sigma = 1.5^{\circ}$ (à direita).

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados

Simulações

Aplicação a Dados

Conclusões

Aplicação a Dados: Busca de Fontes: SGR1806-20

- 11864 eventos;
- período: 17/11/2004 27/06/2005
- corte em energia: E>1,1 EeV;
- critério de seleção T5;
- filtros: MHWF1, MHWF2, MHWF3 e gaussiano;
- escalas (σ) dos filtros: 1,7°, 2,0°, 2,3°, 2,6°;
- cálculo dos mapas de probabilidade por Monte Carlo; simulação de 10000 conjuntos isotrópicos.

$$M_{prob}(k) = 1 - M_{prob}^{iso}(k) = \frac{N(M_{iso}^{MC}(k)) \ge M_{evt}(k)}{N_{tot}}$$
(8)

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Aplicação a Dados: Busca de Fontes: SGR1806-20

Escala	MHWF1	MHWF2	MHWF3	Gauss
1,7°	0,428	0,381	0,423	0,245
2,0°	0,472	0,367	0,352	0,214
2, 3 ^o	0,519	0,424	0,230	0,185
2,6°	0,537	0,535	0,354	0,151

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets

Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

- Wavelets são poderosas ferramentas no processamento de sinais.
- Sinal imerso em ruído branco: maior amplificação para filtro gaussiano com σ = σ_{src}.
- Se o ruído não é branco, filtros de MHWF podem proporcionar maior amplificação da razão sinal-ruído.
- Busca de UHECRs provenientes da direção do SGR1806-20: resultado negativo.
- A não-detecção de UHE nêutrons deste objeto permite impor vínculos astrofísicos sobre suas variáveis (variabilidade da escala de tempo, fração de conversão de energia cinética em interna, luminosidade em energia cinética, energia do próton primário).

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets

Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas- Wavelets na esfera



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Sinal simulado.

Perspectivas- Wavelets na esfera



Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões

Perspectivas Wavelets na esfera

Ruído simulado.

Perspectivas- Wavelets na esfera



Identificação das estruturas imersas no ruído.

Wavelets Aplicadas à Detecção de Fontes Pontuais de Raios Cósmicos Ultra-Energéticos

Rafael Alves Batista

Wavelets Wavelets em 1-D CWT Wavelets em 2-D

Filtragem de Mapas

Aplicações (CMB) MHWF Resultados de Simulações

O Observatório Pierre Auger

Resultados Simulações Aplicação a Dados

Conclusões